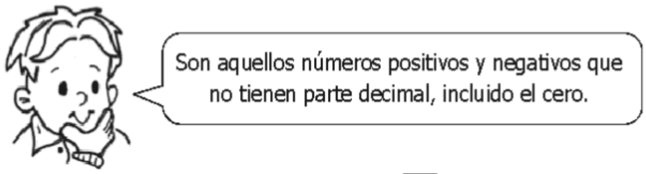
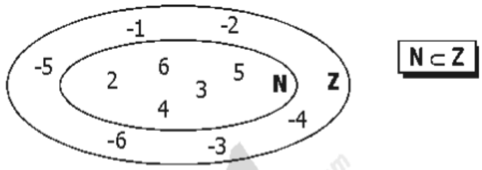
PARA REPASAR

Números enteros Z

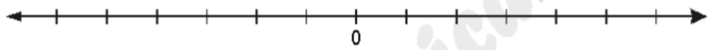


- Ejemplos:

  +4; -3; -5; 9; -3; 0; -10



Los números enteros se representan en una recta numérica:



* Recoerdemos que el "0" no tiene signo positivo ni negativo

Los **números enteros** incluyen tanto los números naturales que ya conocemos

(0, 1, 2, 3,….), como los números negativos (-1, -2, -3…)

El **valor opuesto** de un número entero es el mismo número pero con el signo cambiado:

El opuesto de -3 es 3
El opuesto de 5 es -5

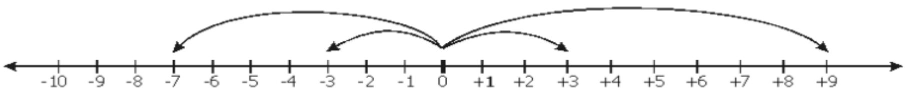
- Completar correctamente:

  - El opuesto de +13 es :____________
  - El opuesto de -17 es :____________
  - El opuesto de -19 es :____________
  - El opuesto de +63 es :____________
  - El opuesto de -8 es :____________

El **valor absoluto** de un número entero es su valor sin considerar el signo. El valor absoluto de un número entero se expresa |3|.

Concepto: El valor absoluto de un número entero es la distancia que hay de dicho número a cero.

- Ejemplo:



a. |- 3| = 3 ; se lee: valor absoluto de " - 3 " es 3.
b. |+3| = 3 ; se lee: valor absoluto de " + 3 " es 3.
c. |-7| = 7 ; se lee: valor absoluto de " - 7 " es 7.
d. |+9| = 9 ; se lee: valor absoluto de " 9 " es 9.

- Completa correctamente según el ejemplo:

- El valor absoluto de -5 |-5| = 5
- El valor absoluto de 7 |7| = 7
- El valor absoluto de -10   ________ = ________
- El valor absoluto de 17   ________ = ________
- El valor absoluto de -39   ________ = ________

Ejemplo:

|1| = 1
|-1| = 1

Vemos que un número (1) y su negativo (-1) tienen el mismo valor absoluto.

Al ordenar los números enteros de menor a mayor primero van lo negativos y luego los positivos:

... -5 < -4 < -3 < -2 < -1 < 0 < 1 < 2 < 3 < 4 < 5 ...

OPERACIONES CON NUMEROS ENTEROS

a) Suma ó adición:

Si todos son números enteros positivos se suman igual que los números naturales.

(+4) + (+ 5) + (+6) = 15

(*) Hemos puesto los números dentro de paréntesis con signos positivos para recalcar que son enteros positivos, pero esta suma realmente se escribiría: 4 + 5 + 6 = 15

Si todos son números enteros negativos se suman sus valores absolutos y al resultado se le pone el signo negativo.

(- 5) + (-7) + (- 4) = |5| + |7| + |4| = |16| = -16

Si hay números enteros positivos y negativos:

(+ 4) + (- 5) + (+2) + (- 9)

Por un lado sumamos los números positivos:

(+ 4) + (+2) = 6

Por otro lado sumamos los números negativos:

(-5)+ (-9) = |5| + |9| = -14

Ahora se restan ambos resultados. Se pone como minuendo el valor absoluto mayor |14|y como sustraendo el valor absoluto menor |6|.

14 – 6 = 8

El resultado de la resta tendrá el signo del minuendo (-14), luego:

(+ 4) + (- 5) + (+2) + (- 9) = -8

Caso I: "Sumandos del mismo signo"
Se suman los valores absolutos y la suma tiene el mismo signo.

Ejemplo:

* (+5) + (+7) = +12	* (+3) + (+7) + (+10) = ___________
* (-8) + (-10) = -18	* (-7) + (-3) + (-2) = ___________
* (-9) + (-19) = - 28	* (+15) + (+23) + (+8) = ___________
* (+16) + (4) = +20 = 20	* (-21) + (-3) + (-5) = ___________
* (3) + (7) = +10 = 10	* (+8) + (+50) + (+20) = ___________

Caso II: "Sumandos de signos diferentes"
Se restan los valores absolutos y la suma tiene el signo del sumando de mayor valor absoluto

Ejemplos:

* (-16) + (+16) = 0	* (-100) + (+50) = ___________
* (-13) + (+2) = -11	* (+30) + (-16) = ___________
* (+18) + (-6) = +12	* (-120) + (42) = ___________
* (32) + (-16) = +16	* (+17) + (-33) = ___________
* (-15) + (+10) = -5	* (-43) + (+12) = ___________

PROPIEDADES DE LA ADICION DE ENTEROS

Ejemplo

Resolvamos los siguientes ejemplos y concluyamos:

a. $3 + (-5)$ y $(-5) + 3$

b. $(-4) + (-2)$ y $(-2) + (-4)$

Solución

a. $3 + (-5) = -2$ y $(-5) + 3 = -2$ $\qquad$ $(-4) + (-2) = -6$ y $(-2) + (-4) = -6$

Conclusión Para la adición en $\mathbb{Z}$, el orden de los sumandos no altera el resultado. Si a y $b \in \mathbb{Z}$, $a + b = b + a$ (propiedad conmutativa).

→ Tomemos tres enteros al azar, agrupémoslos en diferente forma, sumémoslos, comparemos las respuestas y concluyamos.

$(-8 + 3) + (-6)$	$(-8) + [3 + (-6)]$
$(-5) + (-6)$	$(-8) + (-3)$
-11	-11

Conclusión Para la adición en $\mathbb{Z}$, la forma en que se agrupan los números enteros para sumarlos no altera la suma. Si a, b y $c \in \mathbb{Z}$, $(a + b) + c = a + (b + c)$ (propiedad asociativa).

→ Tomemos cualquier entero al azar y sumémoslo con 0. Repitamos el procedimiento varias veces y concluyamos.

a. $(-8) + 0 = -8$ $\qquad$ b. $4 + 0 = 4$ $\qquad$ c. $1\,325 + 0 = 1\,325$

d. $(-48) + 0 = -48$ $\qquad$ e. $0 + (-39) = -39$

Conclusión Al sumar cualquier entero a con cero da como resultado el mismo entero a. Si $a \in \mathbb{Z}$, $a + \mathbf{0} = a$ y $\mathbf{0} + a = a$ (propiedad modulativa).

→ Sumemos cinco enteros con sus respectivos opuestos y hallemos los resultados.

$(-3) + 3 = 0$; $9 + (-9) = 0$; $17 + (-17) = 0$; $8 + (-8) = 0$; $25 + (-25) = 0$

Conclusión Al sumar un entero con su opuesto el resultado es cero. Si $a \in \mathbb{Z}$, $a + (-a) = \mathbf{0}$ (propiedad invertiva).

→ Verifiquemos las siguientes afirmaciones:

a. $(-3) - 8 \neq 8 - (-3)$ $\qquad$ a. No se cumple la propiedad conmutativa para la resta en $\mathbb{Z}$.

b. $(8 - 3) - 2 \neq 8 - (3 - 2)$ $\qquad$ b. No se cumple la propiedad asociativa para la resta en $\mathbb{Z}$.

c. $0 - 7 \neq 7 - 0$ $\qquad$ c. No se cumple la propiedad modulativa para la resta en $\mathbb{Z}$.

d. $9 - (-9) \neq 0$ $\qquad$ d. No se cumple la propiedad invertiva para la resta en $\mathbb{Z}$.