

Valor absoluto

Definimos valor absoluto y proporcionamos algunas propiedades, ejemplos y ejercicios resueltos.

1. Definición y ejemplos
2. Algunas propiedades

1. Definición y ejemplos

El **valor absoluto** de un número a se escribe como $|a|$ y es su valor numérico sin signo.

Ejemplos

$$\begin{aligned}|-1| &= 1 \\|-2.5| &= 2.5 \\|0| &= 0 \\|3.4| &= 3.4 \\|6| &= 6\end{aligned}$$

El valor absoluto de x , $|x|$, es $-x$ si x es negativo y es x si x es positivo ó $x \geq 0$:

$$|x| = \begin{cases} -x, & \text{si } x < 0 \\ x, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

3. Algunas propiedades

Veamos algunas de las propiedades más importantes del valor absoluto:

Propiedad 1

El valor absoluto de un número es siempre no negativo:

$$|x| \geq 0$$

Propiedad 2

El valor absoluto de un número x es 0 si, y sólo si, $x=0$:

$$|x|=0 \Leftrightarrow x=0$$

Propiedad 3

El valor absoluto de un producto es el producto de los valores absolutos de sus factores:

$$|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$$

Análogo para el cociente:

$$\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned} |-2 \cdot 3| &= \\ &= |-6| = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |-2| \cdot |3| &= \\ &= 2 \cdot 3 = 6 \end{aligned}$$

Propiedad 4

Valor absoluto del opuesto:

$$|-x| = |x|$$

Ejemplo:

$$|-3| = 3$$

$$|3| = 3$$

Propiedad 5

Desigualdad triangular (valor absoluto de la suma):

$$|x + y| \leq |x| + |y|$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned} &|-3 + 1| \\ &= |-2| = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &|-3| + |1| = \\ &= 3 + 1 = 4 \end{aligned}$$

Propiedad 6

Igualdad entre valores absolutos:

$$|x| = |y| \rightarrow \begin{cases} x = -y \\ \text{ó} \\ x = y \end{cases}$$

Ejemplo:

$$|-3| = |3|$$

$$|2| = |2|$$

Propiedad 7

Valor absoluto como una raíz:

$$|x| = \sqrt{x^2}$$

Ejemplo:

$$|-2| = 2$$

$$\sqrt{(-2)^2} = \sqrt{4} = 2$$