



Sistema de ecuaciones lineales

Docente: Yazmin Brijaldo Avendaño

Independientemente del método empleado para encontrar la solución del sistema de ecuaciones 2X2, se debe llegar a la misma respuesta.

1. Dado el sistema,

$$\begin{cases} 4x - 2y = -3 \\ -x - y = 1 \end{cases}$$

Recuerde que el primer lugar usted elige el método que va a utilizar para encontrar la solución, en este caso, optaré por el método de **eliminación**,

Entonces si usted recuerda este método, sabe muy bien que lo que busco es eliminar una de las variables, para así encontrar directamente la solución. Eliminamos a (y) Si multiplico la ecuación en rojo por -2, obtengo lo siguiente:

$$\begin{cases} 4x - 2y = -3 \\ 2x + 2y = -2 \end{cases}$$

Obteniendo así,

$$6x = -5$$

$$x = -\frac{5}{6}$$

Reemplazando el valor de (x) en alguna de las ecuaciones, puedo determinar el valor de (y)

$$4\left(-\frac{5}{6}\right) - 2y = -3$$

$$\left(-\frac{20}{6}\right) - 2y = -3$$

$$\left(-\frac{10}{3}\right) - 2y = -3$$

$$-2y = \frac{10}{3} - 3$$

$$-2y = \frac{10 - 9}{3}$$

$$-2y = \frac{1}{3}$$

$$y = -\frac{1}{6}$$

Ahora, procedemos a verificar, se elige alguna de las dos ecuaciones,

$$-\left(-\frac{5}{6}\right) - \left(-\frac{1}{6}\right) = 1$$



$$-\left(-\frac{5}{6}\right) - \left(-\frac{1}{6}\right) = 1$$

$$\left(\frac{5}{6}\right) + \left(\frac{1}{6}\right) = 1$$

$$\frac{(30 + 6)}{36} = 1$$

$$\frac{36}{36} = 1$$

$$\boxed{1 = 1}$$

Luego la solución del sistema de ecuaciones es,

$$\boxed{\left(-\frac{5}{6}; -\frac{1}{6}\right)}$$

Podemos observar que se trata de un sistema de ecuaciones lineales es **compatible determinado**, pues tiene solución única.

2. Dado el sistema,

$$\begin{cases} 5x + 3y = -11 \\ 2x - 2y = 2 \end{cases}$$

Ahora podemos elegir otro método de solución, en esta oportunidad aplicaremos el método de Cramer,

Lo primero que hacemos es formar los tres determinantes que necesitamos para resolver el sistema (Determinante del sistema, determinante de (x) y determinante de (y)) y calculamos su valor.

- Determinante del sistema, formado por los coeficientes de las incógnitas

$$\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = (5)(-2) - (3)(2)$$

$$\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = -10 - 6$$

$$\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = -16$$

Este método es bastante importante ya que si el determinante del sistema es igual a cero, podemos intuir inmediatamente que se trata de un sistema que **no** tiene solución.

- Determinante de x , formado al sustituir los coeficientes de la X por el término independiente

$$\begin{vmatrix} -11 & 3 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = (-11)(-2) - (3)(2)$$

$$\begin{vmatrix} -11 & 3 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = 22 - 6$$

$$\begin{vmatrix} -11 & 3 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = 16$$



- Determinante de y, formado al sustituir los coeficientes de la Y por el término independiente

$$\begin{vmatrix} 5 & -11 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = (5)(2) - (-11)(2)$$

$$\begin{vmatrix} 5 & -11 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 10 + 22$$

$$\begin{vmatrix} 5 & -11 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 32$$

Una vez calculado el valor de los determinantes, el valor de las incógnitas será:

$$x = \frac{\text{Determinante de } x}{\text{Determinante del sistema}}$$

$$x = \frac{16}{-16}$$

$$x = -1$$

$$y = \frac{\text{Determinante de } y}{\text{Determinante del sistema}}$$

$$y = \frac{32}{-16}$$

$$y = -2$$

Verificando,

$$2(-1) - 2(-2) = 2$$

$$-2 + 4 = 2$$

$$2 = 2$$

Luego la solución es,

$$(-1; -2)$$

3. Dado el sistema,

$$\begin{cases} 5x + 7y = -10 \\ x - y = 22 \end{cases}$$



De nuevo, solucionaremos esta ecuación con otro método, igualación. Para esto despejamos la misma variable de ambas ecuaciones y la igualamos.

$$5x + 7y = -10$$

$$5x = -10 - 7y$$

$$x = -\frac{10}{5} - \frac{7}{5}y$$

$$x = -2 - \frac{7}{5}y$$

Ahora la otra ecuación,

$$x - y = 22$$

$$x = 22 + y$$

Igualando la variable x , obtendremos una ecuación en función únicamente de y , así que despejamos para encontrar el valor numérico de dicha variable

$$-2 - \frac{7}{5}y = 22 + y$$

$$-y - \frac{7}{5}y = 22 + 2$$

$$\frac{-5y - 7y}{5} = 24$$

$$-\frac{12}{5}y = 24$$

$$y = (-24) \left(\frac{5}{12} \right)$$

$$y = -\frac{120}{12}$$

$$y = -10$$

Conociendo y , podemos determinar el valor de x , eso sí, recurriendo a alguna de las ecuaciones planteadas.

$$x - (-10) = 22$$

$$x + 10 = 22$$

$$x = 22 - 10$$

$$x = 12$$



Verificamos,

$$\begin{aligned}x - y &= 22 \\12 - (-10) &= 22 \\22 &= 22\end{aligned}$$

Luego la solución es,

(12 ; -10)

4. En este ejercicio lo que se le pide es solucionar el sistema de ecuaciones de forma gráfica, para esto usted debe comprender que cada ecuación representa una recta, tenemos que:

$$\begin{cases}2x - 2y = 2 \\3x + 3y = 21\end{cases}$$

Ahora lo que hacemos es despejar y , para obtener la ecuación de la recta.

$$\begin{aligned}2x - 2y &= 2 \\-2y &= 2 - 2x \\-y &= 1 - x \\y &= x - 1\end{aligned}$$

Generamos una tabla de valores para posteriormente graficar,

X	-1	0	1	2	3	4	5
y	-2	-1	0	1	2	3	4

Realizamos el mismo procedimiento para la otra recta,

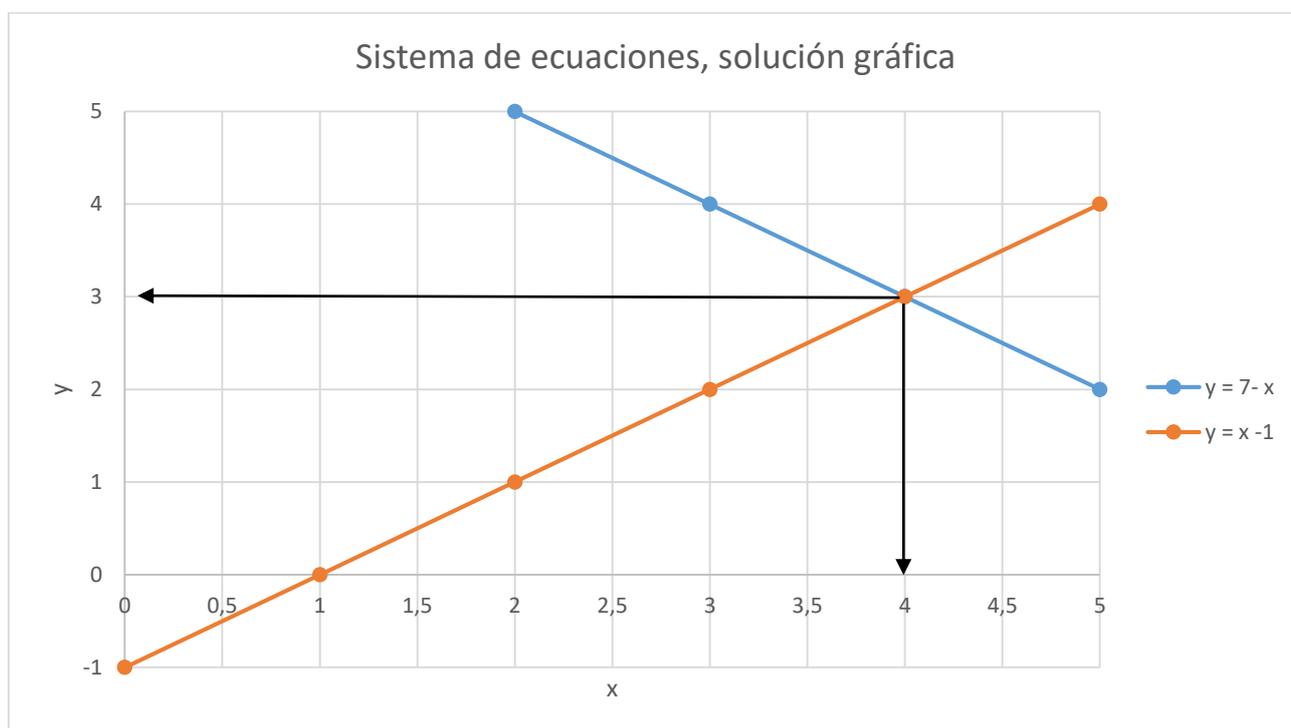
$$\begin{aligned}3x + 3y &= 21 \\3y &= 21 - 3x \\y &= 7 - x\end{aligned}$$

X	-1	0	1	2	3	4	5
y	8	7	6	5	4	3	2

De momento ya observamos que los valores de $(x; y)$ coinciden en $(3; 4)$



Graficando,



Efectivamente, verificamos que las rectas se encuentran en,

$$(4; 3)$$

5. Utilizando el método de igualación tenemos que,

a.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ -x + y = -3 \end{cases}$$

Despejando la misma variable tenemos que,

$$2x + 3y = 1$$

$$3y = 1 - 2x$$

$$y = \frac{1}{3} - \frac{2}{3}x$$

Por otro lado,

$$-x + y = -3$$

$$y = -3 + x$$

Luego,

$$\frac{1}{3} - \frac{2}{3}x = -3 + x$$

$$-x - \frac{2}{3}x = -3 - \frac{1}{3}$$



$$-\frac{5}{3}x = -\frac{10}{3}$$

$$-\frac{5}{3}x = -\frac{10}{3}$$

$$x = \left(-\frac{10}{3}\right)\left(-\frac{3}{5}\right)$$

$$x = 2$$

Reemplazando,

$$-(2) + y = -3$$

$$y = -1$$

Luego la solución es,

$$(2; -1)$$

b.

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ -4x + 6y = 12 \end{cases}$$

Aplicando el mismo algoritmo,

$$2x + y = 5$$

$$y = 5 - 2x$$

Mientras tanto, la otra ecuación,

$$-4x + 6y = 12$$

$$6y = 12 + 4x$$

$$y = \frac{12}{6} + \frac{4}{6}x$$

$$y = 2 + \frac{2}{3}x$$

Igualando,

$$5 - 2x = 2 + \frac{2}{3}x$$

$$-\frac{2}{3}x - 2x = 2 - 5$$

$$-\frac{8}{3}x = -3$$

$$x = \frac{9}{8}$$

Reemplazando,

$$2x + y = 5$$



$$2 \left(\frac{9}{8} \right) + y = 5$$

$$y = 5 - \frac{9}{4}$$

$$y = \frac{11}{4}$$

Luego la solución es,

$$\left(\frac{9}{8}; \frac{11}{4} \right)$$

c.

$$\begin{cases} 5x - 3y = 2 \\ 3x + y = -1 \end{cases}$$

De nuevo, despejamos la misma variable de cada ecuación,

$$5x - 3y = 2$$

$$-3y = 2 - 5x$$

$$y = -\frac{2}{3} + \frac{5}{3}x$$

En la segunda ecuación,

$$3x + y = -1$$

$$y = -1 - 3x$$

E igualando, llegamos a,

$$-\frac{2}{3} + \frac{5}{3}x = -1 - 3x$$

$$3x + \frac{5}{3}x = -1 + \frac{2}{3}$$

$$\frac{14}{3}x = -\frac{1}{3}$$

$$x = -\frac{1}{14}$$

Ahora, encontramos el valor numérico de y,

$$3x + y = -1$$

$$3 \left(-\frac{1}{14} \right) + y = -1$$



$$y = -\frac{11}{14}$$

Luego la solución es,

$$\left(-\frac{1}{14}; -\frac{11}{14}\right)$$

Problemas de aplicación

Hace 4 años la edad de María era el doble de la de Tatiana. Dentro de 8 años, la edad de Tatiana será $\frac{5}{8}$ de la edad de María, ¿Qué edad tienen actualmente María y Tatiana?

Solución

Podemos establecer la siguiente notación,

$$x = \text{Edad actual de María}$$

$$y = \text{Edad actual de Tatiana}$$



Edad de María y Tatiana		
Hace 4 años	Actualmente	Dentro de 8 años
$X - 4$	X	$X + 8$
$Y - 4$	y	$Y + 8$

Planteando un sistema de ecuaciones 2×2 , establecemos la relación que hay entre las edades,

- Sabemos que hace 4 años, la edad de María era el doble de la de Tatiana

$$x - 4 = 2(y - 4)$$

- Por otro lado, dentro de 8 años, la edad de Tatiana será $\frac{5}{8}$ la edad de María

$$y + 8 = \frac{5}{8}x + 5$$

Obteniendo así, el sistema de ecuaciones,

$$\begin{cases} x - 4 = 2(y - 4) \\ y + 8 = \frac{5}{8}x + 5 \end{cases}$$

Ahora solucionamos el sistema por el método que mejor dominemos,

De la primera ecuación, tenemos que,

$$x - 4 = 2(y - 4)$$

$$x = 2(y - 4) + 4$$

Y de la segunda,

$$y + 8 = \frac{5}{8}x + 5$$



$$(y + 8 - 5) \left(\frac{8}{5}\right) = x$$

$$\left(\frac{8}{5}y + \frac{64}{5} - 8\right) = x$$

E igualando obtendremos la edad actual de Tatiana,

$$\left(\frac{8}{5}y + \frac{64}{5} - 8\right) = 2(y - 4) + 4$$

$$\frac{8}{5}y + \frac{64}{5} - 8 = 2y - 8 + 4$$

$$\frac{8}{5}y - 2y = 4 - \frac{64}{5}$$

$$\frac{2}{5}y = \frac{44}{5}$$

$y = 22$

De esta forma ya podremos calcular la edad actual de María,

$$x - 4 = 2(22 - 4)$$

$$x - 4 = 36$$

$x = 40$
