



---

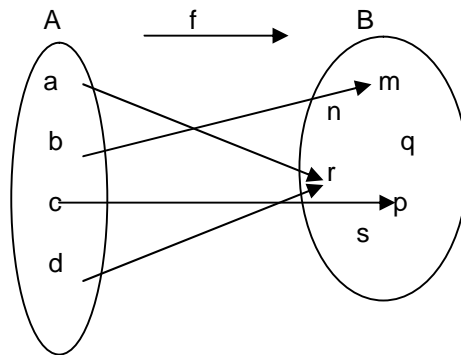
Guía de Materia  
Matemáticas  
Funciones



## Funciones

**Definición:** Una función de A en B es una relación de A en B en la que cada elemento del conjunto A se relaciona con uno y solo un elemento de B

Ejemplo

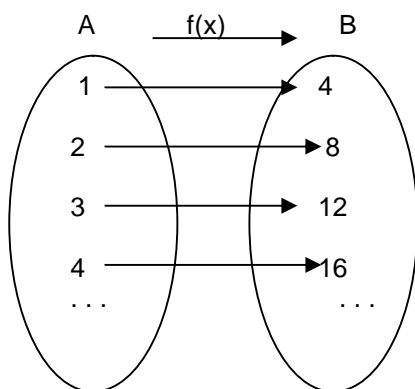


## Representación de una función

Una función se puede representar de cuatro formas, estas la veremos representadas con el siguiente ejemplo.

Dada una función que toma a un número real y lo multiplica por 4.

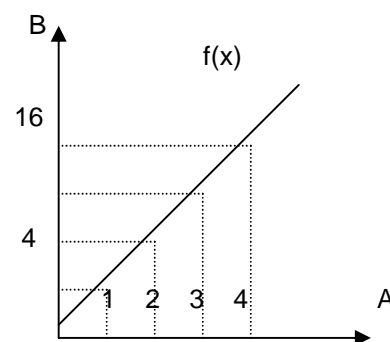
- Por diagrama sagital



- Por extensión

$$f(x) = \{ (1, 4) ; (2, 8) ; (3, 12) ; \dots \}$$

- Por gráfico cartesiano



- Por comprensión

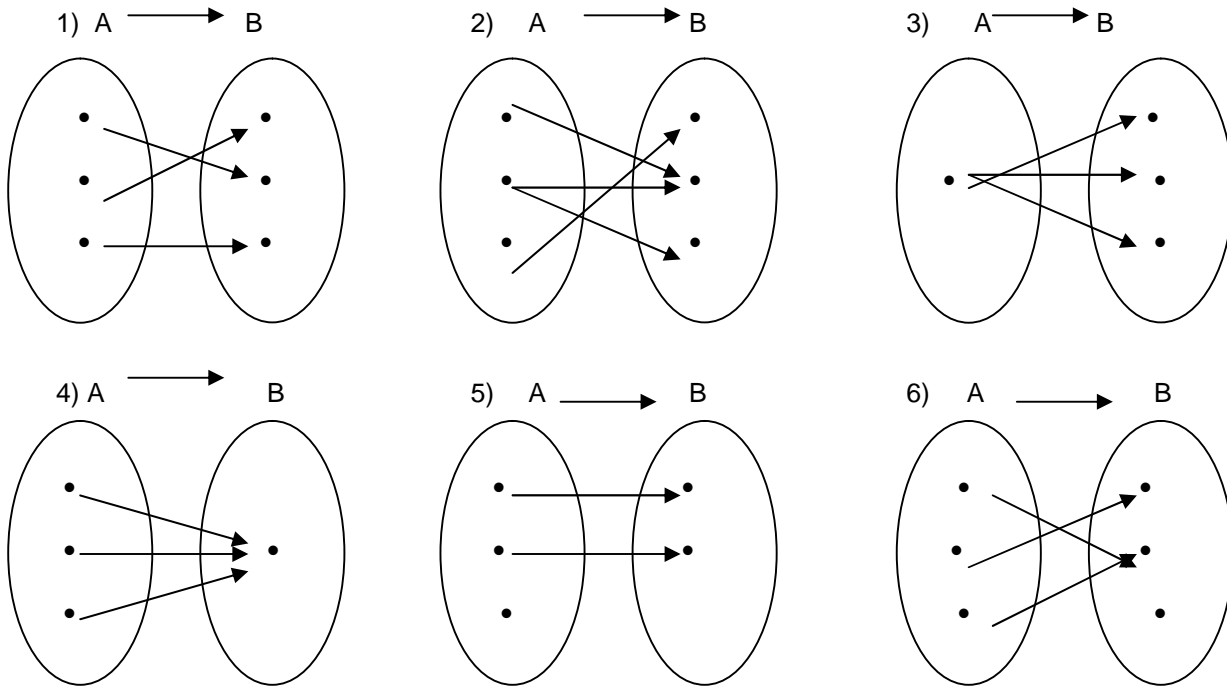
$$f(x) = 4 \cdot x$$

Para reconocer si una relación es o no una función en estas cuatro formas, hay que tener en cuenta:

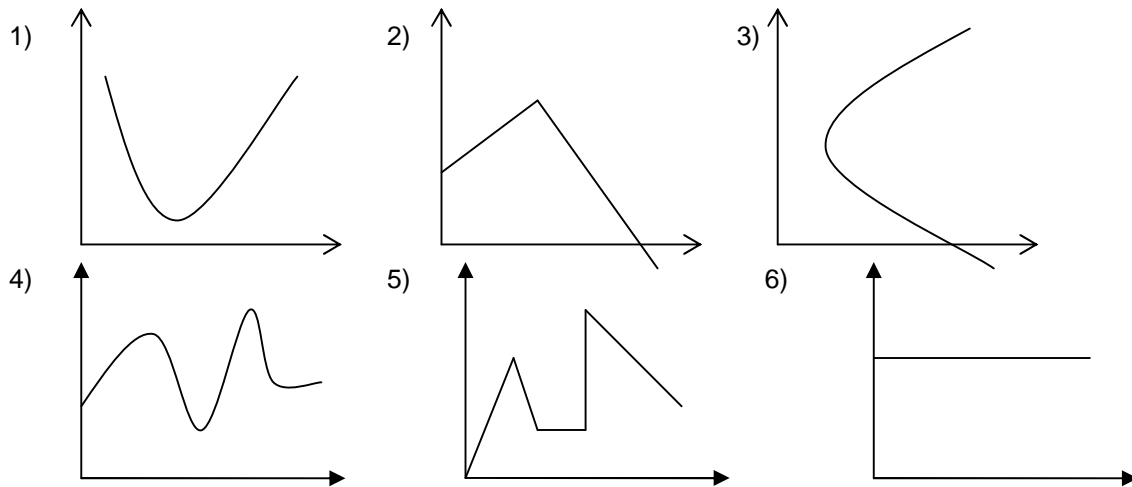
- 1) Diagrama sagital  
De todos los elementos del conjunto de partida debe salir una única flecha.
- 2) Gráfico cartesiano  
Al trazar líneas verticales (paralelas al eje y) se debe cortar al gráfico siempre en un punto.
- 3) Extensión  
En la primera coordenada de cada par ordenado deben aparecer todos los puntos sólo una vez.
- 4) Comprensión  
Se debe analizar cada caso en particular, analizando sus restricciones.

Ejemplos:

I - ¿Cuál de los siguientes diagramas representan una función de A en B?



II - ¿Cuál de los siguientes gráficos representan una función de  $\mathbb{R}^+$  en  $\mathbb{R}$ ?



III - Sean las conjuntos  $A = \{a, b, c\}$  y  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ , ¿cuál de las siguientes relaciones representa una función de A en B?

- 1.-  $\{(a, 1); (b, 2), (a, 3), (c, 4)\}$                       2.-  $\{(a, 1); (a, 2), (a, 3); (a, 4)\}$   
 3.-  $\{(a, 3); (b, 3); (c, 3)\}$                       4.-  $\{(c, 2); (b, 1)\}$   
 5.-  $\{(a, 4); (c, 2); (b, 1)\}$                       6.-  $\{(a, 1); (b, 2); (b, 3)\}$

IV - ¿Cuál de las siguientes relaciones representan una función de  $\mathbb{R}$  en  $\mathbb{R}$ ?

- 1)  $f(x) = \frac{5}{3x+6}$                       3)  $f(x) = \frac{x-4}{3}$   
 2)  $f(x) = \sqrt{x+5}$

### Soluciones

- I -
- 1) Si, ya que de cada elemento del conjunto A sale solo una flecha.
  - 2) No, de un elemento de A salen dos flechas.
  - 3) No, de un elemento de A salen tres flechas.
  - 4) Si, ya que de cada elemento del conjunto A sale solo una flecha.
  - 5) No, de un elemento de A no salen flechas.
  - 6) Si, ya que de cada elemento del conjunto A sale solo una flecha.
- II-
- 1) , 2), 4) y 6) Si son función ya que si se cortan por una paralela al eje y en cualquier parte, está siempre la corta en un solo punto.
  - 3) No es función porque una paralela al eje y, en algunas partes no corta al gráfico y en otras lo corta en dos puntos.
  - 5) No es función ya que una parte del gráfico es paralelo al eje y, en ese tramo lo cortaría en infinitos puntos.
- III-
- 1) No, porque "a" aparece dos veces.
  - 2) No, "a" aparece 4 veces y "b y c" no aparecen.
  - 3) y 5) Si, porque a , b y c aparecen una sola vez.
  - 4) No, falta "a".
  - 6) No, falta "c" y aparece dos veces "b".
- IV-
- 1) No, para  $x = -2$ , la función queda dividida por cero y eso no está definido.
  - 2) No, para  $x$  menores que  $-5$  queda una raíz negativa, que no está definida en los Reales.
  - 3) Si, está definida para todos los Reales.

## Dominio de una función

Es el conjunto de partida de la función

En los ejercicios anteriores vimos que algunas relaciones no son función porque algunos elementos del conjunto "A" (conjunto de partida) no tenían imagen, luego para que esas relaciones si sean función hay que restringirles el dominio

Ejemplos:

1) sea  $f(x) = \frac{x+4}{2}$  definida en los naturales, encontrar su dominio

$x+4$  tiene que ser divisible por 2 para que el resultado de la división sea un natural, luego  $x$  solo puede ser par.  $\therefore \text{dom } f = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es par}\}$

2) Determine el dominio de la función  $f(x) = \frac{x}{2x+3}$

$2x+3 \neq 0$     denominador distinto de 0  
 $2x \neq -3$   
 $x \neq -3/2$

$\text{dom } f = \mathbb{R} - \{-3/2\}$

3) Determine el dominio de la función  $f(x) = \sqrt{x-2}$

$x-2 \geq 0$     cantidad subradical    que  $\geq 0$   
 $x \geq 2$

$\text{dom } f = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 2\}$

## Imagen y preimagen

La preimagen de una función son las "x" y las imágenes son las "f(x)"

### Calculo de la imagen de una función

1) Por comprensión

Se reemplaza el valor de "x" en la función. Ej:

Determinar  $f(2)$  en la función  $f(x) = 3x + 5$ ,  $x = 2 \rightarrow f(2) = 3 \cdot 2 + 5 = 11$

2) Por gráfico

En el gráfico cada punto tiene una coordenada "x" y otra "y", la "x" es la preimagen y la "y" es la imagen.

3) Por extensión

En cada par ordenado la coordenada "x" es la preimagen y la "y" es la imagen.

4) Por diagrama

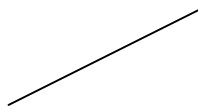
Los elementos del primer conjunto son los de las preimagenes y cada elemento del segundo conjunto es la imagen correspondiente.

## Gráfico de una función

### 1- Función Potencia

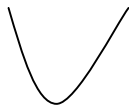
$$f(x) = ax^n$$

Si  $n = 1$        $f(x) = ax$



Función de primer grado  
la veremos en otro capítulo

$n = 2$        $f(x) = ax^2$



Función de segundo grado  
la veremos en otro capítulo

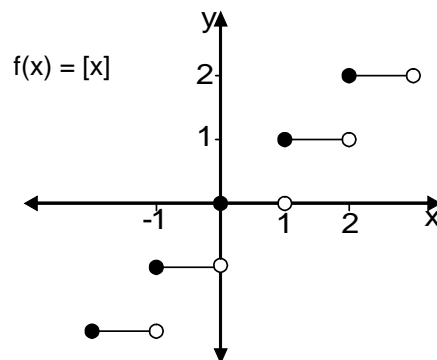
### 2.- Función Parte entera:

**Definición:** Parte entera de un número real "x" ( $[x]$ ) es el mayor entero que sea menor o igual a "x".

Ej:  $[4] = 4$  ;  $[3,8] = 3$  ;  $[-1,2] = -2$  ;  $[0,4] = 0$

Ejemplo:

x	y
0	0
0,5	0
1	1
1,5	1
-1,2	-2
-2,5	-3

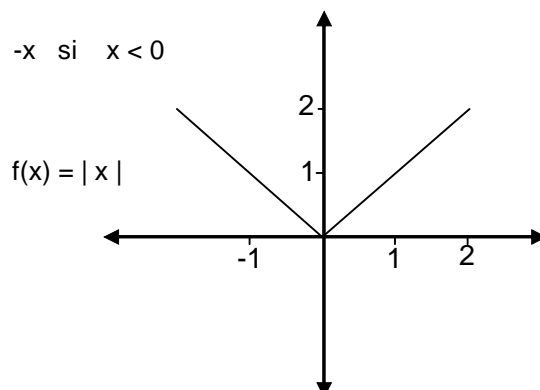


### 3.- Función Valor absoluto:

**Definición:**  $|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$

Ejemplo:

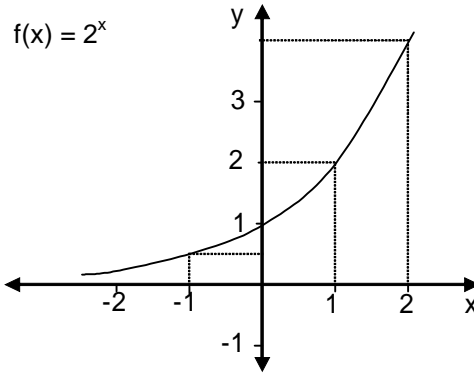
x	y
3	3
2	2
1	1
-1	1
-2	2



4.- Función Exponencial: con incógnita en el exponente

Ejemplo:

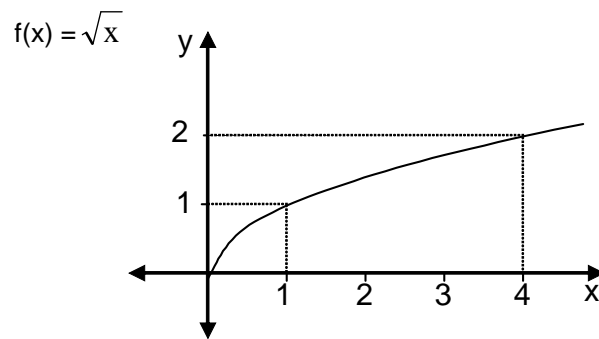
x	y
2	4
1	2
0	1
-1	1/2
-2	1/4



5.- Función Raíz cuadrada:

Ejemplo:

x	y
0	0
1	1
4	2
9	3



6.- Función Logarítmica:

$y = \log_a x$  con  $a, x > 0$

Ejemplo:

x	y
1	0
2	1
4	2
8	3
0,5	-1
0,25	-2

$f(x) = \log_2 x$

