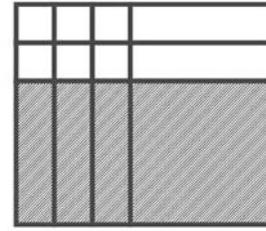


Guía 5

Multiplicación de expresiones algebraicas

Nombre	
Curso	1° Año Medio A – B – C – D
Capacidad	Resolver Problemas
Destreza	Analizar
Valor	Colaboración
Actitud	Constancia

$$(x + 3)(x - 2)$$



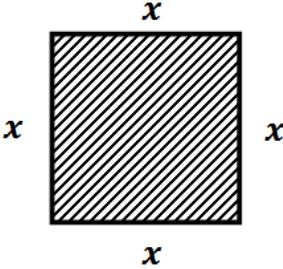
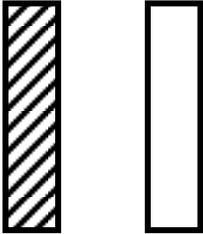
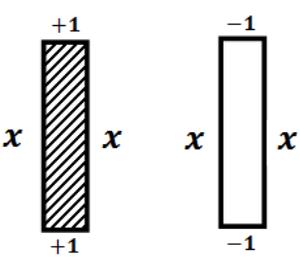
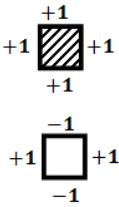
Aprendizajes Esperados

Identificar patrones en multiplicaciones de expresiones algebraicas no fraccionarias.

En las guías anteriores aprendiste a sumar y restar polinomios, ahora es el momento de abordar la multiplicación de expresiones algebraicas. Para este propósito nos apoyaremos en un juego que nos ayudará a entender la multiplicación algebraica.

El juego de los factores

El juego de los factores está constituido por un puzle¹, es decir, un rompecabezas que posee las siguientes piezas:

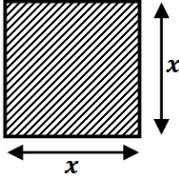
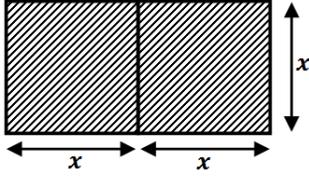
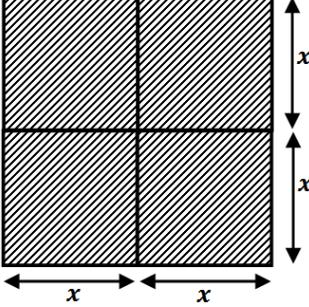
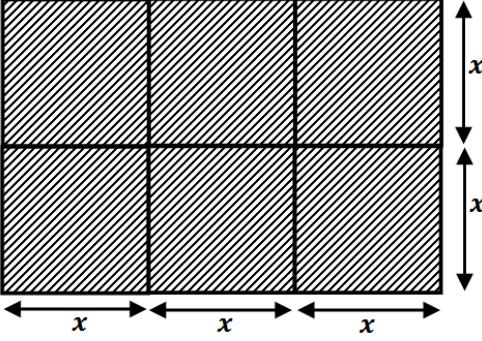
Cuadrado grande	Rectángulo	Cuadraditos
 <p>(Rojo)</p> <p>Este cuadrado es de color rojo por ambos lados y la longitud de sus lados es desconocida, supongamos x (cm).</p> 	 <p>(Rojo) (Azul)</p> <p>Los rectángulos, por cada uno de sus lados, tienen colores diferentes: rojo y azul.</p> <p>Vamos a suponer que los rectángulos tienen un largo desconocido de x (cm), equivalente al lado de los cuadrados grandes.</p> <p>En ancho de estos rectángulos será de $+1$ (cm) en el caso de los rojos y -1 (cm) para los azules.</p> 	 <p>(Rojo) (Azul)</p> <p>Los cuadraditos, al igual que los rectángulos, poseen sus caras de distinto color: rojo y azul.</p> <p>En el caso de los cuadraditos rojos, sus cuatro lados miden $+1$ (cm), pero en los azules, dos lados opuestos miden $+1$ (cm) y los otros dos -1 (cm).</p> 

¹ Según la Real Academia de la Lengua Española (www.rae.es) **puzle** significa rompecabezas, pero **puzzle** es una palabra de origen inglés que tiene el mismo significado.



I) Multiplicación de monomios por monomios

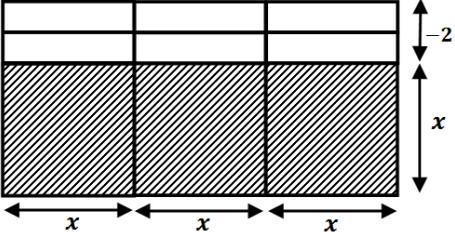
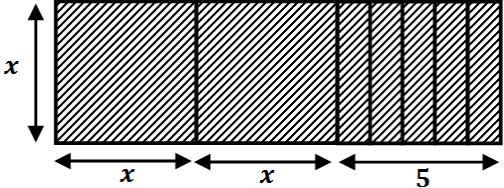
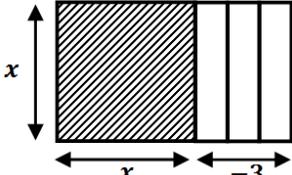
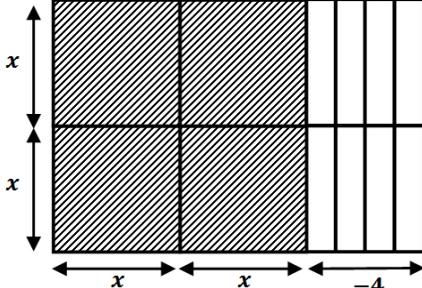
Observa atentamente los ejemplos de la siguiente tabla y completa los espacios de ella:

Puzle	Interpretación algebraica
a) 	$\text{Área} = (\text{Lado})^2$ $\text{Área} = (x)^2 \text{ (cm}^2\text{)}$ $\text{Área} = x^2 \text{ (cm}^2\text{)}$
b) 	$\text{Área} = (\text{Largo}) \cdot (\text{Ancho})$ $\text{Área} = (2x) \cdot (x) \text{ (cm}^2\text{)}$ $\text{Área} = 2x^2 \text{ (cm}^2\text{)}$
c) 	$\text{Área} = (\text{Largo}) \cdot (\text{Ancho})$ $\text{Área} = (2x) \cdot (2x) \text{ (cm}^2\text{)}$ $\text{Área} = 4x^2 \text{ (cm}^2\text{)}$
d) 	
e)	$\text{Área} = (\text{Largo}) \cdot (\text{Ancho})$ $\text{Área} = 8x^2 \text{ (cm}^2\text{)}$



II) Multiplicación de monomios por multinomios

Observa atentamente los ejemplos de la siguiente tabla y completa los espacios de ella:

Puzle	Interpretación algebraica
<p>a)</p> 	$\text{Área} = (\text{Largo}) \cdot (\text{Ancho})$ $\text{Área} = (3x) \cdot (x - 2) \text{ (cm}^2\text{)}$ $\text{Área} = 3x^2 - 6x \text{ (cm}^2\text{)}$
<p>b)</p> 	
<p>c)</p> 	
<p>d)</p> 	
<p>e)</p>	$\text{Área} = (\text{Largo}) \cdot (\text{Ancho})$ $\text{Área} = 4x^2 + 12x \text{ (cm}^2\text{)}$
	$\text{Área} = (\text{Largo}) \cdot (\text{Ancho})$ $\text{Área} = 6x^2 - 8x \text{ (cm}^2\text{)}$

III) Multiplicación de monomios por multinomios

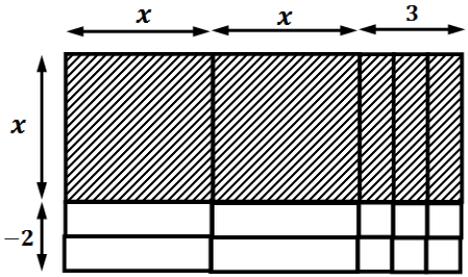
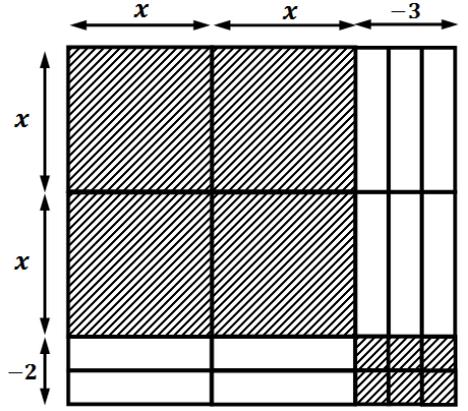
Antes de analizar los ejemplos, veamos otras reglas para el uso de las piezas del juego de los factores:

- Los cuadraditos deben colocarse uno al lado del otro de modo que coincidan sus longitudes.
- Todos los cuadraditos deben ser del mismo color y formar un rectángulo.
- Los cuadraditos pueden ubicarse junto a un rectángulo, de modo que coincidan las longitudes de 1cm ó -1cm .
- El color de los cuadraditos depende de los rectángulos vecinos. Si los rectángulos de un lado son azules y los del otro lado rojos, los cuadraditos serán de color azul. Pero si los rectángulos de ambos lados son rojos (o azules), los cuadraditos serán rojos.
- Lo anterior se relaciona con el siguiente acuerdo de signos: rojo es positivo (+) y azul es negativo (-).
- Un rectángulo azul con uno rojo tienen valor cero, ya que ellos se anulan.

Las reglas anteriores se comprenderán de mejor forma, al analizar cada ejemplo.

Puzzle	Interpretación algebraica
<p>a)</p>	$\begin{aligned} \text{Área} &= (x - 2) \cdot (x + 3) \quad (\text{cm}^2) \\ \text{Área} &= x^2 - 2x + 3x - 6 \quad (\text{cm}^2) \\ \text{Área} &= x^2 + 1x - 6 \quad (\text{cm}^2) \\ \text{Área} &= x^2 + x - 6 \quad (\text{cm}^2) \end{aligned}$ <p>Observemos que los cuadraditos deben ser negativos (azules), ya que por el lado izquierdo los dos rectángulos son negativos y los tres rectángulos superiores son positivos, lo cual indica que $(-)\cdot(+)=(-)$</p> <p>Además, dos rectángulos negativos se anulan con dos rectángulos positivos, quedando uno positivo.</p>
<p>b)</p>	$\begin{aligned} \text{Área} &= (x - 2) \cdot (x - 4) \quad (\text{cm}^2) \\ \text{Área} &= x^2 - 2x - 4x + 8 \quad (\text{cm}^2) \\ \text{Área} &= x^2 - 6x + 8 \quad (\text{cm}^2) \end{aligned}$ <p>Ahora los cuadraditos son positivos (rojos), ya que los rectángulos de la izquierda y superiores son negativos, lo cual concuerda con la siguiente regla de signos:</p> $(-)\cdot(-)=(+)$
<p>c)</p>	
<p>d)</p>	



Puzle	Interpretación algebraica
e) 	
f) 	
g)	$\text{Área} = x^2 - 8x + 15 \text{ (cm}^2\text{)}$
h)	$\text{Área} = x^2 + 3x - 10 \text{ (cm}^2\text{)}$
i)	$\text{Área} = 2x^2 + x - 6 \text{ (cm}^2\text{)}$



Perfeccionando la operatoria algebraica

A continuación observa atentamente el ejemplo y luego resuelve los ejercicios propuestos:

Ejemplo

Eliminar paréntesis y reducir monomios semejantes:



$$\begin{aligned} & (2x - 1)(x + 3) - (x - 2)(x + 5) + 3(x - 4) \\ & (2x^2 + 6x - x - 3) - (x^2 + 5x - 2x - 10) + 3x - 12 \\ & 2x^2 + 6x - x - 3 - x^2 - 5x + 2x + 10 + 3x - 12 \\ & \quad \quad \quad x^2 + 5x - 5 \end{aligned}$$



Hora de practicar

Desarrollar a su mínima expresión:

- | | |
|--|--|
| 1) $(x + 3)(5x - 7) - (x + 2)(x - 3)$ | 16) $x^2 + 3\{x^2 - (x - 6)(x + 6)\} - (x + 2)(x + 2)$ |
| 2) $2(3y + 7)(3y - 4)$ | 17) $-[2y^2 - \{y^2 - (1 - y)(1 + y)\} + 2] + 3$ |
| 3) $3x(2x - 1)(x + 3)$ | 18) $4x^4 - \{9 + (2x^2 + 3)(2x^2 - 3)\} - 2(x - 2)$ |
| 4) $(5y^2 + 2)(5y^2 - 1) - (3y + 7)(3y - 4)$ | 19) $-2\{(y^2 - 2)(y^2 + 2) - (y^2 - 2)(y^2 + 3) + 10\}$ |
| 5) $(x + 2)(x - 3) + 2(x + 3)(5x - 7)$ | 20) $-3x - \{1 - (x + 2)(x - 2)\} - (x - 2)(x - 2)$ |
| 6) $(4m - 8)(m + 2) - (m - 2)(3m + 2)$ | 21) $-3\{(m - 2)(m^2 + m + 4) - m^3\} - (1 - m)(1 + m)$ |
| 7) $2(5y - 7)(5y - 1) + (2y + 1)(y - 4)$ | 22) $2[1 - (1 - 2x)(1 + 2x)] - [1 - (2x - 1)(2x + 1)]$ |
| 8) $(x^2 - 9)(x^2 - 1) - (2x^2 - 3)(x^2 - 1)$ | 23) $3x^2 - \{x^2 - (2x - 5)(2x + 5)\} - 25$ |
| 9) $(2a^3 - 1)(2a^3 - 4) + 3(2a^3 - 2)(2a^3 - 1)$ | 24) $y^2 - [(2y - 3)(y + 1) - (y - 4)(y + 1)]$ |
| 10) $2(m - 3)(m + 9) - (2m + 3)(m - 5)$ | 25) $2x^2 - \{x^2 - [1 - (x - 1)(x + 1)]\}$ |
| 11) $(x - 1)(x + 3) - (x - 2)(x + 3) + (x - 4)(x + 3)$ | 26) $(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1) - (x^2 + 2)(x^2 - 1)$ |
| 12) $(x - 2)(x + 2) - (x - 3)(x + 3) + (x - 4)(x + 4)$ | 27) $(a + 2)(a - 1)(a - 2) - (a - 1)(a^2 + 4)$ |
| 13) $(m - 2)(m^2 + m + 4) - (m + 2)(m^2 - m + 4)$ | 28) $(y - 1)(y^2 + y + 1) - (y - 1)(y + 1)(y + 2)$ |
| 14) $(x - 1)(x + 1) - (x - 2)(x + 2) + 3(x + 3)$ | 29) $-y^3 - [8 - (y + 2)(y^2 - y + 4)]$ |
| 15) $(x - 6)(x + 3) - 2(x + 3) + (x - 4)(x + 4)$ | 30) $(x + 2)(x - 3)(x - 2)(x + 3) - (x^2 + 6)(x^2 - 6)$ |