Clase 1 Esta clase tiene video

Tema: Sistemas de ecuaciones lineales - método gráfico

Actividad 1

1 Lea con atención las siguientes situaciones:

- En una caja hay dos bolsas que contienen la misma cantidad de mangos y una bolsa que contiene naranjas. Se desconoce cuántos mangos y cuántas naranjas hay en cada bolsa. En total, hay 11 frutas.

  Supongamos que:

  • x es número de mangos en cada bolsa de mangos.

  • y es número de naranja en cada bolsa de naranjas.

  La situación descrita la podemos representar por la ecuación lineal: $2x + y = 11$

- Ahora, en otra caja hay una bolsa de mangos y tres bolsas que contienen la misma cantidad de naranjas. Se sabe que en esa caja hay un total de 18 frutas.

  Esta otra situación se representa por la ecuación: $x + 3y = 18$

  La pregunta que tenemos que resolver es ¿cuántos mangos y cuántas naranjas hay en las respectivas bolsas?

  Para solucionar la situación, se hace necesario determinar una solución común a las dos ecuaciones lineales en dos variables que se han obtenido del problema.

  Este conjunto de dos ecuaciones con dos variables o incógnitas se le denomina **sistema de ecuaciones lineales 2 × 2**, y se escribe así:

$$\begin{cases} 2x + y = 11 & \boxed{1} \\ x + 3y = 18 & \boxed{2} \end{cases}$$

Para establecer la cantidad de frutas en cada paquete, es necesario solucionar el sistema de ecuaciones planteado. Para ello, usaremos la representación gráfica de cada una de las ecuaciones e identificaremos que el punto de intersección entre las dos rectas será la solución.

Para solucionar se siguen estos pasos.

Paso 1. Se despeja y en las ecuaciones $\boxed{1}$ y $\boxed{2}$, y se obtiene:

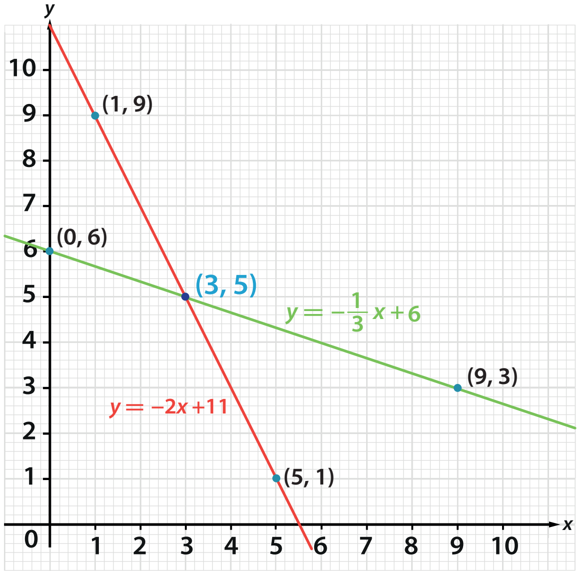
$$y = -2x + 11 \qquad\qquad y = -\frac{1}{3}x + 6$$

Paso 2. Se elabora una tabla de valores para determinar puntos en las dos rectas.

x	1	5
y	9	1

x	0	9
y	6	3

Paso 3. En un mismo plano cartesiano se dibujan las dos rectas.



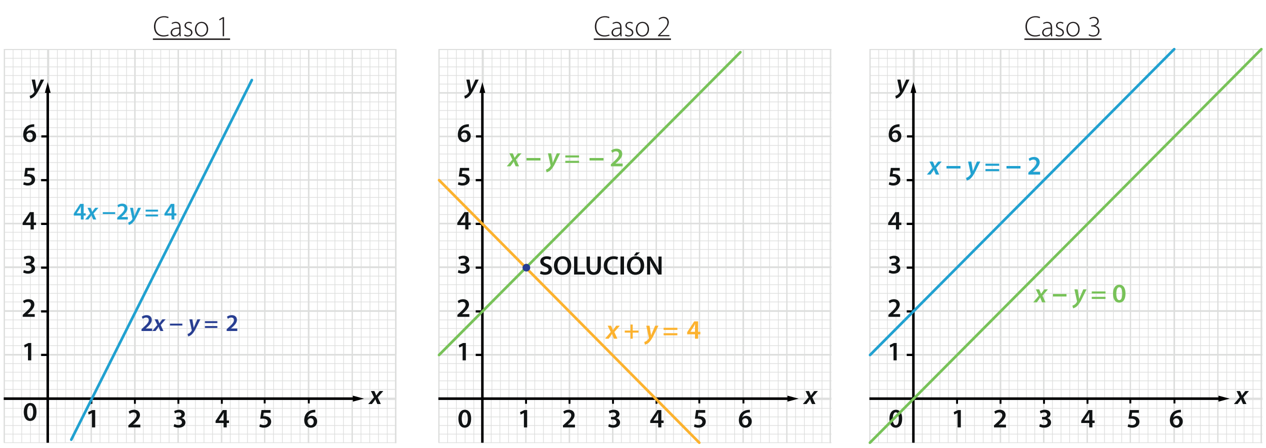
1

La expresión $y = mx + b$ define una línea recta donde m es la pendiente y b el punto de corte con el eje y.

- ¿Qué estrategia, diferente a tabular, se puede usar para graficar una línea recta?

Paso 4. Se identifican las coordenadas del punto de intersección entre las rectas, pues esta será la solución del sistema. La solución del sistema es $x = 3$ y $y = 5$. 1

2 **Observe las siguientes gráficas que muestran las posiciones que pueden tener dos rectas ubicadas en un mismo plano y su relación con las soluciones de un sistema de ecuaciones.**



Para el caso 1. Las dos ecuaciones describen la misma recta, se dice que en este caso el sistema tiene infinitas soluciones y recibe el nombre de **dependiente**.

a) Explique porqué el sistema tiene infinitas soluciones.

Para el caso 2. Las rectas se intersecan en un punto; se dice que en este caso el sistema tiene una única solución y recibe el nombre de **consistente**.

b) Explique porqué el sistema tiene única solución.

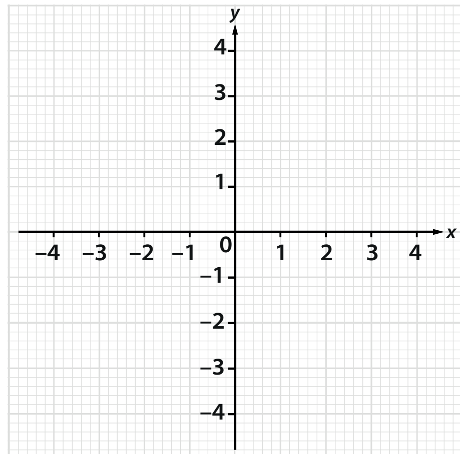
Para el caso 3. Las rectas no se intersecan en ningún punto; se dice que en este caso el sistema no tiene solución y recibe el nombre de **inconsistente**.

c) Explique porqué el sistema tiene no tiene solución.

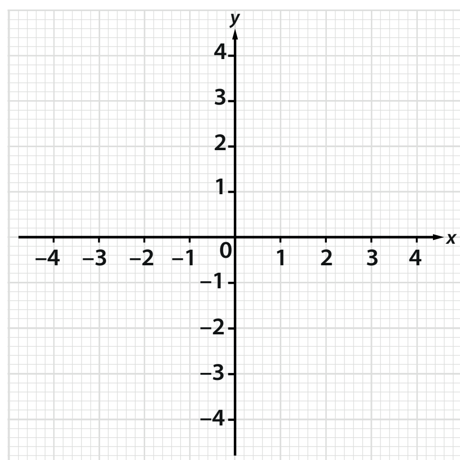
Actividad 2

1 **Resuelva por el método gráfico los siguientes sistemas de ecuaciones:**

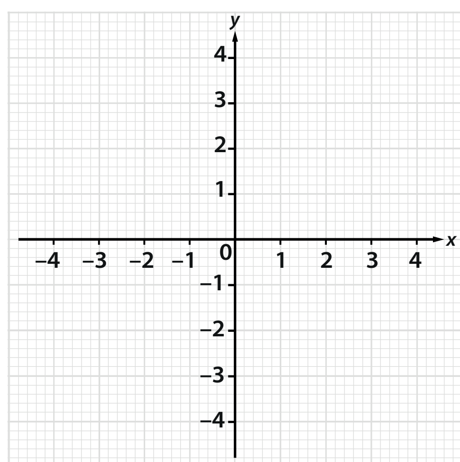
a) $\begin{cases} x - y = 1 \\ x + 2y = -1 \end{cases}$



b) $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 4x + 6y = 2 \end{cases}$



c) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 4x - 2y = 5 \end{cases}$



Clase 2

Actividad 3

1 **Grafique en el plano cartesiano las ecuaciones de cada sistema. Luego determine su solución.**

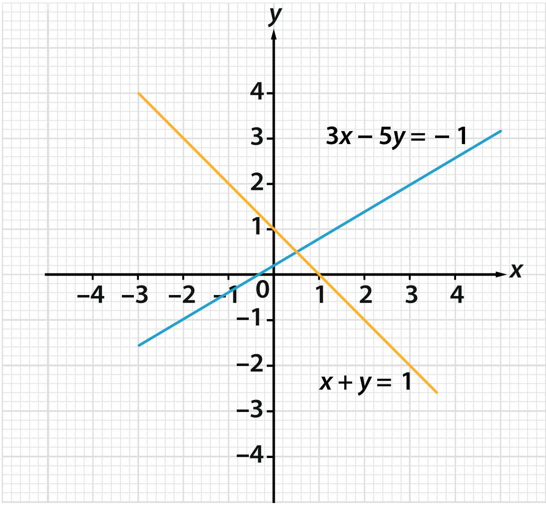
a) $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - 2y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - y = 2 \\ 0{,}2x - 0{,}5y = 0{,}1 \end{cases}$

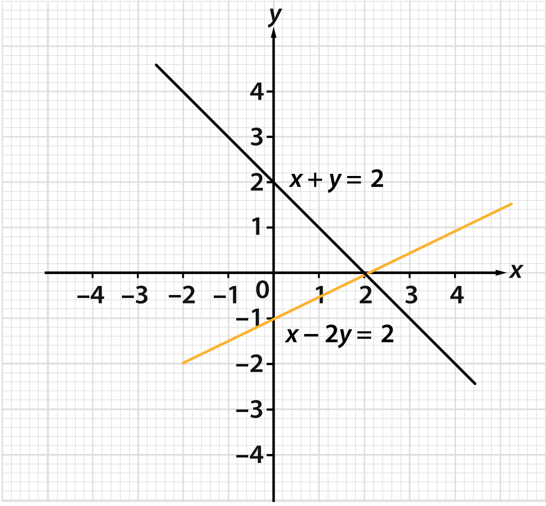
c) $\begin{cases} x + 2y = -1 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$

2 En las siguientes gráficas están representados sistemas de ecuaciones 2 × 2. Determine la solución para cada sistema.

a)



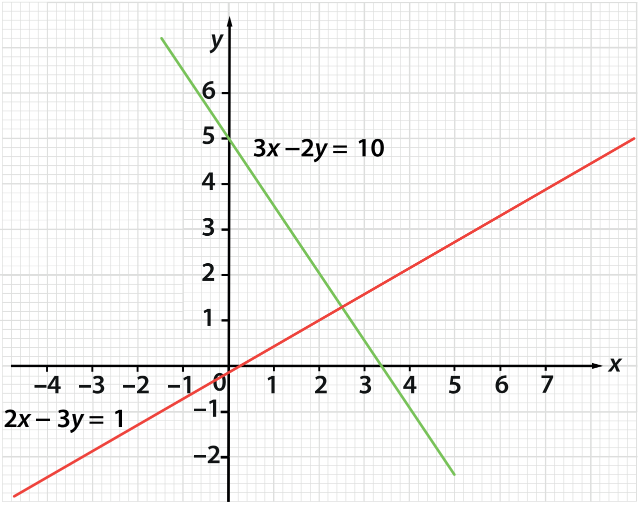
b)



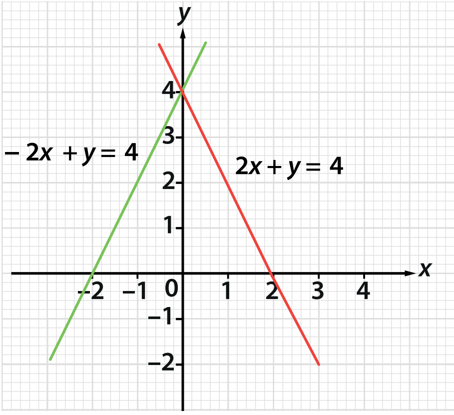
Actividad 4

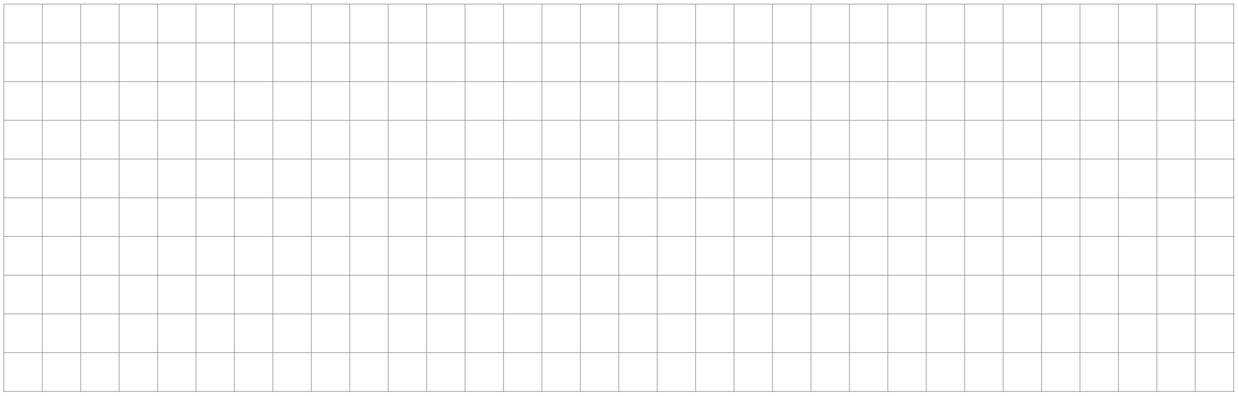
1 Encuentre la solución de los sistemas de ecuaciones representados gráficamente y verifique que satisfacen cada una de las ecuaciones de cada sistema.

a)



b)





2 **En cada caso, escriba una ecuación lineal que junto con la ecuación $5x - 2y = -4$ forme un sistema 2×2 que sea: consistente, inconsistente, dependiente. Luego, represente la solución gráfica de cada sistema y explique las diferencias tanto en las gráficas como en las ecuaciones.**

a) Consistente

b) Inconsistente

c) Dependiente

Clase 3

Tema: Solución de problemas

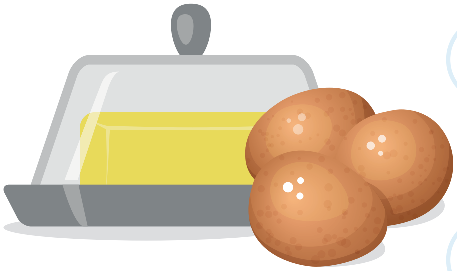
Actividad 5

Solucione los siguientes problemas. Para ello, siga los pasos sugeridos a continuación:

- Lea cuidadosamente el problema e identifique los datos que serán representados por las variables x y y.
- Plantee el sistema de ecuaciones que relaciona la información.
- Solucione el sistema por el método gráfico. Elabore la gráfica de cada ecuación lineal y determine el punto en el cual se intersecan las rectas.
- Responda la pregunta del problema.

1. **El grado noveno realizó una actividad deportiva con el fin de reunir fondos para comprar el uniforme del equipo de fútbol. Cuando se hizo el balance final se encontró que se habían recogido 105 billetes entre billetes de $ 2.000 y de $ 5.000. ¿Cuántos billetes de $ 2.000 y cuántos de $ 5.000 había si el total que se recolectó fue $ 450.000?**

2 Catalina va al supermercado. Para llevar 4 docenas de huevos y 3 libras de mantequilla debe pagar $ 14.100; pero si solamente lleva 3 docenas de huevos y una libra de mantequilla el valor a pagar será de $ 8.700. Ella desea saber el costo de una docena de huevos y el costo de una libra de mantequilla.



3 **El perímetro de un rectángulo es de 48 cm. Si el largo del rectángulo equivale al doble del ancho, ¿cuáles son las dimensiones del rectángulo?**

Clase 4 Esta clase tiene video

Tema: Sistemas de ecuaciones lineales - método de igualación

Actividad 6

1 **Lea la información dada sobre el método de igualación para solucionar sistemas de ecuaciones en dos variables. Analice el ejemplo dado.** 2

2

Para solucionar sistemas de ecuaciones 2×2 por **igualación** se procede así:

1. Se despeja la misma variable o incógnita de las dos ecuaciones del sistema.
2. Aplicando la transitividad de las igualdades se igualan las dos expresiones obtenidas para la variable despejada.
3. Se soluciona la ecuación obtenida.
4. Luego, se reemplaza el valor obtenido en una de las dos ecuaciones y se halla el otro valor.
5. Finalmente, se verifica que los dos valores obtenidos para las variables satisfacen las ecuaciones del sistema.

Ejemplo

Solucione el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 7a - 3b = 15 \\ 5a + 6b = 27 \end{cases}$$

Se despeja la variable *a*, en ambas ecuaciones, obteniéndose:

$$a = \frac{15 + 3b}{7} \qquad a = \frac{27 + 6b}{5}$$

Ahora, se igualan las dos expresiones obtenidas para *a* y se soluciona para despejar *b*.

$$\frac{15 + 3b}{7} = \frac{27 - 6b}{5}$$

$$75 + 15b = 189 - 42b$$

$$15b + 42b = 189 - 75$$

$$57b = 114$$

$$b = \frac{114}{57}$$

$$b = 2$$

Luego, se reemplaza el valor obtenido para *b* en la primera ecuación y se halla el valor de *a*.

$$7a - 3(2) = 15 \qquad 7a - 6 = 15 \qquad 7a = 21 \qquad a = 3$$

Finalmente, se verifican las soluciones.

$$7(3) - 3(2) = 21 - 6 = 15 \qquad 5(3) + 6(2) = 15 + 12 = 27$$

2 **Repita el proceso anterior despejando inicialmente la variable *b*. Luego, verifique que se llega a la misma solución.**

Actividad 7

Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones, aplicando el método de igualación.

1. $\begin{cases} 3x - 4y = 11 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 5x + 11y = 26 \\ 7x + 8y = 29 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 2x + 5y = -3 \end{cases}$

4. $\begin{cases} 3(a + b) = -4 \\ a - b = -2 \end{cases}$

Clase 5

Tema: Solución de problemas

Actividad 8

Analice el ejemplo dado a continuación de un problema que genera un sistema de ecuaciones.

Gabriel tiene en su bolsillo billetes de \$ 10.000 y \$ 5.000 que suman \$ 50.000. Si se cambia el número de billetes de \$10.000 por el número de billetes de \$ 5.000 y viceversa, entonces suman \$ 70.000. Determine el número de billetes que tiene Gabriel de cada denominación.

Sea: x el número de billetes de \$ 10.000 que tiene Gabriel
y el número de billetes de \$ 5.000 que tiene Gabriel

Ahora, se plantean las ecuaciones con base en el enunciado del problema:

$$10.000x + 5.000y = 50.000 \quad \boxed{1}$$

$$5.000x + 10.000y = 70.000 \quad \boxed{2}$$

Luego, se despeja la variable y de las ecuaciones $\boxed{1}$ y $\boxed{2}$

$$y = \frac{50.000 - 10.000x}{5.000} \quad \boxed{3} \qquad y = \frac{70.000 - 5.000x}{10.000} \quad \boxed{4}$$

Se igualan la ecuaciones $\boxed{3}$ y $\boxed{4}$ y se despeja x.

$$\frac{50.000 - 10.000x}{5.000} = \frac{70.000 - 5.000x}{10.000} \quad \boxed{5}$$

$$10.000(50.000 - 10.000x) = 5.000(70.000 - 5.000x)$$

$$2(50.000 - 10.000x) = 70.000 - 5.000x$$

$$100.000 - 20.000x = 70.000 - 5.000x$$

$$100.000 - 70.000 = 20.000x - 5.000x$$

$$30.000 = 15.000x$$

$$x = \frac{30.000}{15.000} \qquad x = 2 \quad \boxed{6}$$

Se remplaza el valor de x en $\boxed{3}$

$$y = \frac{50.000 - 10.000(2)}{5.000} = \frac{50.000 - 20.000}{5.000} = \frac{30.000}{5.000} = 6 \qquad y = 6 \quad \boxed{7}$$

Luego la solución del sistema es $x = 2$, $y = 6$ 3

3

Falta un paso en el proceso que es la comprobación.

Verifique que los valores $x = 2$ y $y = 6$ satisfacen las ecuaciones $\boxed{1}$ y $\boxed{2}$, del sistema generado por el problema del ejemplo.

Actividad 9

Escriba el sistema de ecuaciones generado por cada uno de los siguientes problemas y resuélvalo por el método de igualación.

1. En una granja hay cerdos y gansos. Al contar las cabezas hay 50 y al contar las patas hay 134. ¿Cuántos animales hay de cada especie?

2. Hace 4 años la edad de María era el doble de la de Tatiana. Dentro de 8 años, la edad de Tatiana será $\frac{5}{8}$ de la edad de María. ¿Qué edad tienen actualmente María y Tatiana?

3. Para ingresar a la Universidad del Chocó se aplica una prueba de razonamiento que consta de 30 preguntas. Por cada respuesta correcta se asignan 5 puntos y por cada incorrecta (o no contestada) se restan 2 puntos. Si un participante obtuvo un puntaje de 94 puntos, ¿cuántas preguntas respondió correctamente?